Derivata seconda

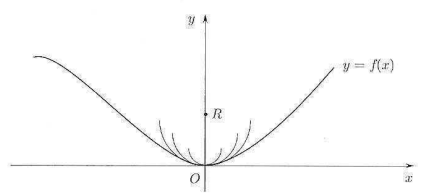
**La derivata seconda** di una funzione, si calcola facendo il calcolo della derivata alla derivata prima della funzione stessa . Se la derivata seconda è positiva, la derivata prima è monotona crescente.

Qual è il semicerchio che approssima meglio il grafico di f in 0?

È l’equazione del semicerchio

Ora che abbiamo tale equazione, calcoliamone la derivata prima :

Se x = 0, allora = 0, calcoliamo la derivata seconda

Per x = 0, la derivata seconda è uguale a , che equivale alla curvatura del grafico di f in 0.  
**R è il raggio della curvatura**.

In generale è la curvatura del grafico in x dove R(x) è il raggio della   
curvatura. Più R(x) è piccolo, più la curvatura sarà grande.

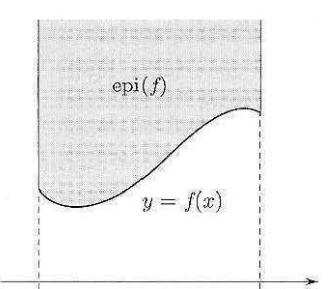
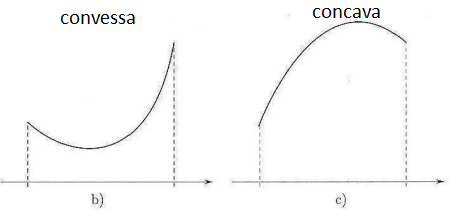
Concavità e Convessità

Una figura è **convessa** quando due punti all’interno di essa possono essere collegati da una retta senza che essa esca fuori dalla figura stessa.

La prima figura non è convessa, la seconda si, dato che soddisfa il requisito appena spiegato.

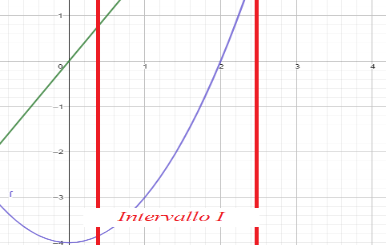
Prendiamo ora una funzione dove è un intervallo, chiamiamo **epigrafico** di l’insieme:

L’epigrafico è quindi il grafico al di sopra della funzione.

Dato tale grafico, si dice che è convessa nell’intervallo I se il suo epigrafico è un insieme convesso, si dice che è concava in I se –è convessa in I.

*Teorema :*

se è convessa in I e è derivabile, allora la derivata **è monotona crescente**, se è due volte derivabile allora .

Come si può notare, la funzione f: y=x^(2)-4 disegnata in blu ha come derivata g: y=2 x disegnata in verde, nell’intervallo I tale funzione è convessa e derivabile, quindi f’(x) è sicuramente monotona crescente.

Viceversa, se è derivabile con derivata monotona crescente in I, allora in I è convessa, se è due volte derivabile e è convessa.  
*Esempio 1* : .  
*Esempio 2* :   
Quindi è convessa in .  
Adesso cerchiamo gli intervalli di convessità per

in questi intervalli è convessa.

*Teorema :*

sia *f* derivabile in (a, b), *f* è convessa se e solo se la retta tangente al grafico in è sopra il grafico di *f*, cioè .

Se *f(x)* è convessa in e concava in e *f* è due volte derivabile in *(a, b)* è un punto di flesso, cioè la retta ad esso tangente “traversa” il grafico.

Studio di funzione

Possiamo suddividere lo studio del grafico di una funzione in vari step:

1. Trovare l’insieme di definizione
2. Trovare i valori agli estremi (inclusi i limiti e gli asintoti)
3. Calcolare la derivata e studiarne il segno
4. Trovare i punti di discontinuità e non derivabilità
5. Determinare gli intervalli di monotonia, punti di massima e minima
6. Calcolare la derivata seconda e studiarne il segno
7. Trovare gli intervalli di convessità/concavità